



Aufgabenblatt 9

Aufgabe 1 (Dynamische Optimierung (diskret, deterministisch))

Heinz Hektisch bleiben 7 Tage Zeit, bis seine Abschlussprüfungen in den drei Prüfungsfächern beginnen. Diese Zeit will er so effektiv wie möglich nutzen.

Da er nicht den Mut zur Lücke hat, benötigt er für jedes Fach mindestens einen Tag. Pro Tag kann und will er sich jeweils nur mit genau einem Fach und mit jedem Fach höchstens 4 Tage beschäftigen.

Das Ergebnis der Prüfungen hängt natürlich jeweils vom Lernaufwand ab. Die geschätzten Punktzahlen pro Fach und Anzahl Lerntage sind der nebenstehenden Tabelle zu entnehmen. Investiert er z.B. 1 Arbeitstag für Fach 3, so bekommt er in der Prüfung voraussichtlich 5 Punkte.

Arbeitstage	Fach 1	Fach 2	Fach 3
1	4	3	5
2	4	5	6
3	5	5	8
4	8	7	8

Wie soll er sich die Woche einteilen, d.h. wie viele der 7 Tage soll er sich jeweils mit den Fächern 1, 2, 3 beschäftigen, so dass er in den Prüfungen so viele Punkte wie möglich erreicht?

Helfen Sie ihm mit dynamischer Optimierung (DO)! Gehen Sie dabei von folgenden Überlegungen aus: Die Stufen entsprechen den Fächern. Die Entscheidungsvariable a_n gibt die Anzahl der für Fach n einzuplanenden Arbeitstage an. Die Zustände beschreiben die Anzahl bereits verplanter Arbeitstage.

- (a) Geben Sie die Zustandsmengen $\mathcal{S}_n (n = 0, \dots, N)$ an! Welche Werte sind für die Entscheidungsvariablen a_n jeweils grundsätzlich möglich.

Wie lautet die Zustandsübergangsfunktion $z_n(s_n, a_n)$? Wie könnte man eine Zielfunktion formulieren?

- (b) Lösen Sie das Problem aus (a) mittels DO! Verwenden Sie dabei die Wertiteration!

Wie lautet eine für Heinz optimale Politik? Welche Gesamtpunktzahl kann er damit erreichen? Ist die erhaltene Lösung optimal oder suboptimal?

Aufgabe 2 (Rucksackproblem als DO)

Lösen sie das folgende Rucksackproblem mit Kapazität $C = 9$ und

j	1	2	3	4	5	6	7
p_j	6	5	8	9	6	7	3
w_j	2	3	6	7	5	9	4

mit Hilfe der dynamischen Optimierung.

Hinweis: Am einfachsten ist eine Handrechnung, wenn Sie eine Matrix der folgenden Form aufstellen:

	1	2	3	4	5	6	7	T
9								0
8								0
7								0
6								0
5								0
4								0
3								0
2								0
1								0
0								0

Jede Zeile beschreibt einen Zustand auf den Stufen 1 bis T . Die Spalte j steht für die Zustände *vor* der Entscheidung für Gegenstand j . In der Spalte mit der Überschrift T stehen die terminalen Gewinne.

Jetzt berechnen Sie für alle Elemente in der Matrix mittels Wertiteration die Wertfunktion, die Sie in die Matrix eintragen. Das dabei Zustände auftreten, die nicht realisierbar sind, spielt keine Rolle, denn sie können in der Vorwärtsrechnung nicht erreicht werden.

Der optimale Zielfunktionswert steht dann in der linken oberen Ecke der Matrix.

Besprechung der Übungsaufgaben am 5. Januar 2016 in der Veranstaltung.