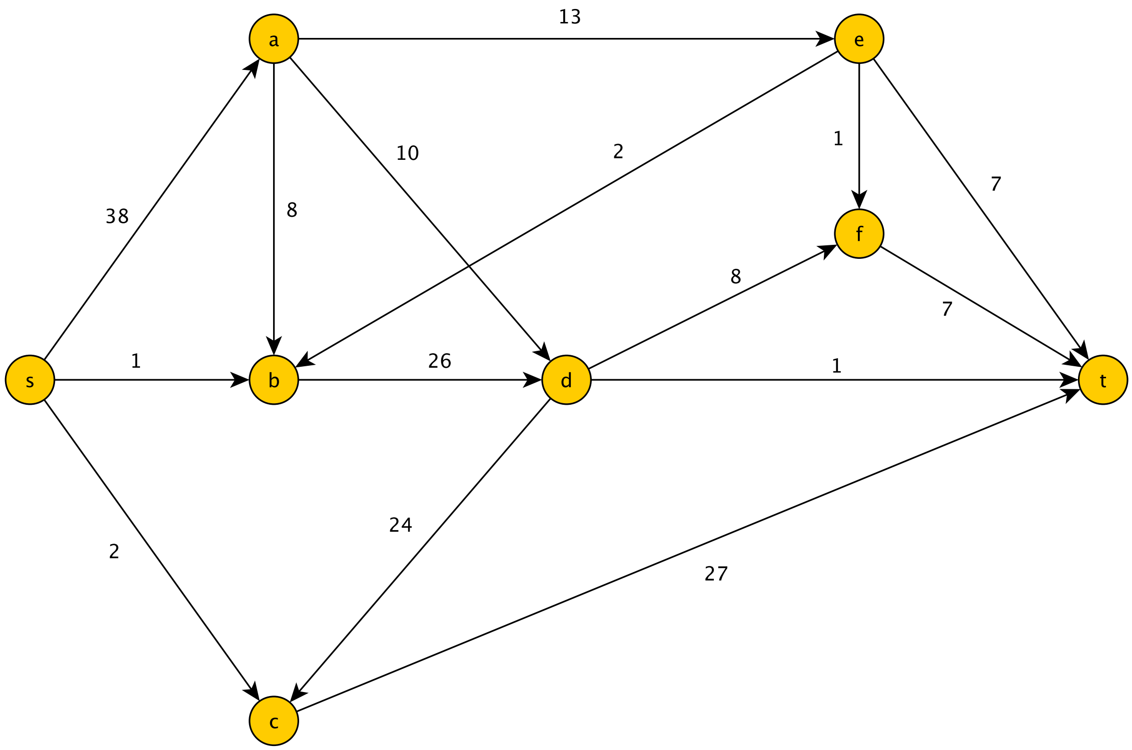
Hochschule
Bonn-Rhein-Sieg
University of Applied Sciences

Operations Research II
Prof. Dr. Peter Becker
Fachbereich Informatik
Wintersemester 2015/16
20. Oktober 2015

Aufgabenblatt 3

Aufgabe 1 (Max-Flow-Problem)

(a) Berechnen Sie manuell mit dem Markierungsalgorithmus aus der Graphentheorie für das folgende Flussnetzwerk einen Maximalfluss.



(b) Überprüfen Sie Ihre Lösung aus (a), indem Sie das zugehörige LP aufstellen und es mit dem GLPK lösen.

Aufgabe 2 (Min-Cost-Flow-Problem)

Beim *Min-Cost-Flow-Problem* ist neben einem Flussnetzwerk (G, c, s, t) (wie beim Maximalflussproblem) noch eine Kostenfuktion $k : E \to \mathbb{R}$ und ein Flusswert W gegeben.

- Für eine gerichtete Kante $e \in E$ sind $k(e)$ die Kosten *pro Mengeneinheit*, die beim Fluss über e anfallen.
- W ist der zu erreichende Flusswert $\Phi(f)$.

Gesucht ist ein Fluss f mit einem Flusswert $\Phi(f) = W$, der minimale Kosten verursacht.

(a) Formulieren Sie das Min-Cost-Flow-Problem allgemein als LP.

(b) Ist die Koeffizientenmatrix des Min-Cost-Flow-Problems total unimodular? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 3 (Kantendisjunkte Wege)

Gegeben sein ein gerichteter Graph $G = (V, E)$, ein Startknoten $s \in V$, ein Zielknoten $t \in V$ mit $s \neq t$ und eine Kosten- bzw. Längenfunktion $c : E \to \mathbb{R}$ auf den gerichteten Kanten.

Wir betrachten nun eine Verallgemeinerung des Problems, einen kürzesten Weg von s nach t zu finden. Statt genau einem Weg suchen wir k Wege von s nach t, die

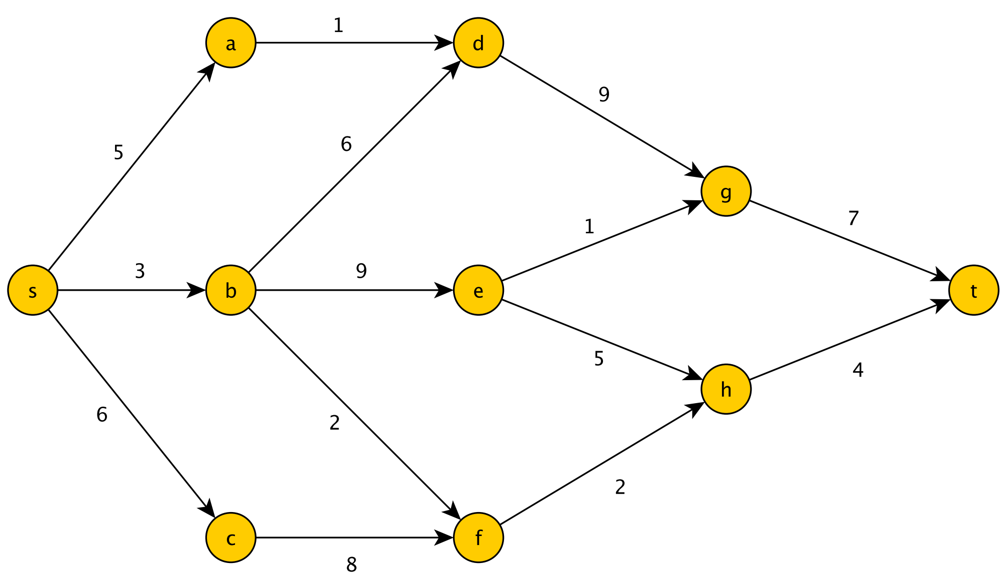
- in der Summe möglichst kurz sind und
- deren Kanten alle paarweise verschieden sind (jede Kanten von G tritt also in höchstens einem der Wege auf, die Wege sind *kantendisjunkt*).

Der Parameter k ist dabei für ein konkretes Problem fest, z.B. $k = 2$, und stellt somit keine Entscheidungsvariable dar. Für $k = 1$ erhalten wir das normale kürzeste Wegeproblem.

(a) Formulieren Sie dieses Problem allgemein als LP.

(b) Ist die Koeffizientenmatrix des Problems total unimodular?

(c) Stellen Sie für den folgenden Graphen mit $k = 2$ das zugehörige LP auf und lösen Sie es mit dem GLPK.



(d) Wenn k zu groß ist, wird es keine zulässige Lösung geben. Beispielsweise ist dies in Aufgabe (c) für $k \geq 3$ der Fall.

Wie kann man das größte k bestimmen, für das eine zulässige Lösung existiert?

Besprechung der Übungsaufgaben am 27. Oktober 2015 in der Veranstaltung.