



Aufgabenblatt 7

— Primal-dualer-Simplexalgorithmus, Dualität —

Aufgabe 1 (Primal-dualer-Simplexalgorithmus, Nebenbedingung hinzufügen)

Ermitteln Sie zunächst mit dem primalen Simplexalgorithmus für das LP

$$\max 2x_1 + 6x_2 - 2x_3$$

unter den Neben- und Vorzeichenbedingungen

$$\begin{aligned} 2x_2 + x_3 &\leq 12 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 &\leq 18 \\ -2x_1 + 4x_2 + 4x_3 &\leq 25 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

eine optimale Lösung.

Erweitern Sie anschließend das LP um die Nebenbedingung

$$x_1 - 2x_3 \leq 12$$

und ermitteln Sie ausgehend vom Endtableau des ersten LPs eine optimale Lösung des erweiterten LPs mit Hilfe des dualen Simplexalgorithmus.

Aufgabe 2 (Primal-dualer-Simplexalgorithmus, Variable hinzufügen)

- (a) Wie kann eine Matrix, die das Starttableau in das optimale Tableau überführt, hergeleitet werden (vgl. Beispiel 4.12, Folie 233)?

Hinweis: Operationen auf Gleichungssystemen können durch *Elementarmatrizen* beschrieben werden, siehe Kapitel 2.

- (b) Lösen Sie zunächst mit dem dualen Simplexalgorithmus das LP

$$\min 12x_1 + 28x_2 + 30x_3$$

unter den Neben- und Vorzeichenbedingungen

$$\begin{aligned} 2x_1 + 2x_2 + x_3 &\geq 5 \\ 4x_2 - 2x_3 &\geq 2 \\ 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 &\geq 4 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Geben Sie auch die Matrix an, die das Start- in das Enttableau überführt.

(c) Wir erweitern das LP um die Variable x_4 . Das erweiterte LP lautet

$$\begin{aligned} \min & 12x_1 + 28x_2 + 30x_3 + 20x_4 \\ & 2x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 5 \\ & \quad 4x_2 - 2x_3 + 3x_4 \geq 2 \\ & 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 - x_4 \geq 4 \\ & \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

Berechnen Sie ausgehend von der optimalen Lösung aus (b) eine optimale Lösung für das erweiterte LP.

Aufgabe 3 (Dualität)

Wir betrachten das folgende primale LP:

$$\max z = x_1 + x_2$$

unter den Neben- und Vorzeichenbedingungen

$$\begin{aligned} 4x_1 + x_2 &\leq 20 \\ 4x_2 &\leq 10 \\ 2x_1 + 3x_2 &\leq 12 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

- Geben Sie, ohne das LP zu lösen, eine obere Schranke für den optimalen Zielfunktionswert z^* an.
- Berechnen Sie eine optimale Lösung für das LP.
- Geben Sie das zugehörige duale LP an.
- Berechnen Sie eine optimale Lösung des dualen LP (mit dem dualen Simplexalgorithmus).

Besprechung der Übungsaufgaben am 21. Mai 2014 in der Veranstaltung.