Hochschule
Bonn-Rhein-Sieg
University of Applied Sciences

Operations Research I
Prof. Dr. Peter Becker
Fachbereich Informatik
Sommersemester 2015
11. Mai 2015

Aufgabenblatt 5

— Lineare Programme: Geometrie und Basislösungen —

Aufgabe 1 (Offene und abgeschlossene Mengen)

(a) Bestimmen Sie, ob die folgenden Mengen offen, abgeschlossen oder weder offen noch abgeschlossen sind und geben Sie jeweils den Rand der Menge an:

- $M_1 = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 | x_1 + x_2 \leq 5 \wedge x_1^2 + x_2^2 \geq 1\}$
- $M_2 = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 | x_1 + x_2 \leq 5\} \setminus \{\mathbf{0}\}$
- $M_3 = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$
- $M_4 = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 | x_2 \geq 0 \wedge x_2 < 2 - x_1^2\}$

(b) Gilt Lemma 3.19 auch analog für offene Mengen? Beweisen Sie diese Aussage oder geben Sie ein Gegenbeispiel an.

Aufgabe 2 (Konvexität)

Welche der folgenden Mengen sind konvex? Begründen Sie Ihre Antwort.

- $M_1 = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 | x_1 + x_2 \leq 5, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$
- $M_2 = M_1 \setminus \{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\}$
- $M_3 = M_1 \setminus \{\mathbf{0}\}$
- $M_4 = M_1 \setminus \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 | x_1 + x_2 < 2\}$

Aufgabe 3 (Eckenalgorithmus)

Gegeben sei das LP

$$\max 16x_1 + 32x_2$$

unter den Nebenbedingungen

$$\begin{array}{rcrcl} 20x_1 & + & 10x_2 & \leq & 8000 \\ 4x_1 & + & 5x_2 & \leq & 2000 \\ 6x_1 & + & 15x_2 & \leq & 4500 \end{array}$$

und Vorzeichenbedingungen $x_1, x_2 \geq 0$.

(a) Bringen Sie das LP in Normalform.

(b) Bestimmen Sie alle Ecken von $\mathcal{X}_{LP}$.

(c) Geben Sie eine optimale Lösung an.

(d) Welche optimalen Lösungen ergeben sich, wenn die Zielfunktion

$$\max 32x_1 + 16x_2$$

lautet?

Besprechung der Übungsaufgaben am 13. Mai 2015 in der Veranstaltung.