Hochschule
Bonn-Rhein-Sieg
University of Applied Sciences

Operations Research I
Prof. Dr. Peter Becker
Fachbereich Informatik
Sommersemester 2014
20. April 2015

Aufgabenblatt 3

— Lineare Gleichungssysteme —

Aufgabe 1 (Cramersche Regel)

Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem mit Hilfe der Cramerschen Regel (Satz 2.26):

$$\begin{array}{rcrcrcr} -2x_1 & + & 3x_2 & + & 3x_3 & = & 4 \\ 5x_1 & - & 2x_2 & - & 4x_3 & = & 2 \\ x_1 & + & x_2 & - & x_3 & = & -2 \end{array}$$

Aufgabe 2 (Gaußscher Algorithmus)

Ermitteln Sie für das unterbestimmte lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcr} x_1 & - & 2x_2 & & & + & 4x_4 & + & 2x_5 & = & 1 \\ -2x_1 & + & 4x_2 & + & 5x_3 & - & x_4 & & & = & -3 \\ -3x_1 & + & 6x_2 & + & 15x_3 & + & 8x_4 & + & x_5 & = & 1 \end{array}$$

die Lösungsmenge mit Hife des Gaußschen Algorithmus. Stellen Sie die Lösungsmenge wie in Beispiel 2.31 dar.

Aufgabe 3 (LR-Zerlegung)

Ermitteln Sie eine untere Dreiecksmatrix $\mathbf{L}^{-1}$ bzw. deren inverse $\mathbf{L}$ und eine obere Dreiecksmatrix $\mathbf{R}$, so dass sich die Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

darstellen lässt als

$$\mathbf{A} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{R}$$

Aufgabe 4 (Implementierung der Cramerschen Regel)

Implementieren Sie eine Java-Methode zur Lösung von linearen Gleichungssystemen $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ mit $\det(\mathbf{A}) \neq 0$ nach der Cramerschen Regel.

Hinweise:

- Zur Berechnung der Determinanten können Sie Ihre Lösung von Aufgabe 4, Blatt 2 oder die hierzu veröffentlichte Musterlösung nutzen.
- Bei der Anwendung der Cramerschen Regel müssen Sie für $j = 1, \ldots, n$ die j-te Spalte von $\mathbf{A}$ durch den Vektor $\mathbf{b}$ ersetzen. Falls Sie hierfür eine Kopie von $\mathbf{A}$ mittels `clone()` erzeugen, müssen Sie beachten, dass `clone()` nur eine flache Kopie erzeugt.

  Alternativen: Kopieren Sie manuell oder verzichten Sie auf das Kopieren von $\mathbf{A}$. Statt $\mathbf{A}$ zu kopieren können Sie auch nur den j-ten Spaltenvektor kopieren, ihn anschließend durch $\mathbf{b}$ ersetzen, $\det(\mathbf{A}_j)$ berechnen und anschließend den kopierten j-ten Spaltenvektor wieder in die j-te Spalte schreiben.

Besprechung der Übungsaufgaben am 22. April 2015 in der Veranstaltung.