

## Aufgabenblatt 3

### Aufgabe 1 (Lineare Regression)

Gegeben seien die folgenden Messwerte:

$x_i$	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0
$y_i$	2.33	3.91	5.71	4.02	4.35	7.42	6.19	6.79	8.45	8.06	8.34

Wir vermuten einen linearen Zusammenhang zwischen  $x$  und  $y$ . Bestimmen Sie die Regressionsgerade.

### Aufgabe 2 (Methode der kleinsten Quadrate)

Für die Messwerte

$x_i$	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
$y_i$	5.1	7.8	7.1	7.4	9.4	8.4	8.9	6.2	4.7	3.3	0.6

vermuten wir einen Zusammenhang der Form

$$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c.$$

- (a) Leiten Sie mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate eine Formel für die Bestimmung der Parameter  $a$ ,  $b$  und  $c$  her.

**Hinweis:** Sie erhalten ein lineares Gleichungssystem mit den Variablen  $a$ ,  $b$  und  $c$ . Zur einfachen rechnerischen Lösung dieses linearen Gleichungssystems können Sie die *Cramersche Regel* verwenden (siehe z.B. Wikipedia).

- (b) Berechnen Sie die Parameter  $a$ ,  $b$  und  $c$  auf Basis Ihrer Formel. Hierzu können Sie auch ein kleines Skript oder Programm schreiben.

### Aufgabe 3 (Momentenmethode)

Es sei  $X$  eine auf dem Intervall  $[\mu - \sqrt{3}\sigma, \mu + \sqrt{3}\sigma]$  gleichverteilte Zufallsvariable.

Bestimmen Sie Schätzer für  $\mu$  und  $\sigma$  nach der Momentenmethode.

**Hinweise:**

- Berechnen Sie  $E(X)$  und  $E(X^2)$ . Dies sind Funktionen in  $\mu$  und  $\sigma$ .
- Lösen Sie diese Funktionen nach  $\mu$  und  $\sigma$  auf und ersetzen Sie die Momente  $E(X)$  und  $E(X^2)$  durch die entsprechenden Stichprobenmomente.

#### **Aufgabe 4 (Maximum Likelihood Schätzer)**

Berechnen Sie für die Verteilung aus Aufgabe 3 die Maximum Likelihood Schätzer für  $\mu$  und  $\sigma$ . Diese unterscheiden sich deutlich von den Schätzern der Momentenmethode.

Besprechung der Aufgaben am 29. Oktober 2012 in den Übungen.