
Lineare Optimierung

Aufgabenblatt 6

Abgabe zu **zweit** vor der Vorlesung am 22. November 2023.

Sollpunktzahl: 12 Punkte

Aufgabe 1 (Primaler Simplexalgorithmus)

4+4=8 Punkte

Bestimmen Sie für die folgenden LPs eine optimale Lösung.

(a) Maximiere

$$3x_1 + 7x_2 - 2x_3$$

unter den Neben- und Vorzeichenbedingungen

$$\begin{array}{rclclcl} 5x_1 & + & 3x_2 & - & x_3 & \leq & 30 \\ 8x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & \leq & 44 \\ 5x_1 & + & x_2 & - & x_3 & \leq & 6 \\ & & & & x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

(b) Maximiere

$$2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + 2x_5$$

unter den Neben- und Vorzeichenbedingungen

$$\begin{array}{rclclclcl} x_1 & & & + & 2x_3 & + & x_4 & + & 2x_5 & \leq & 4 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & & & + & x_5 & \leq & 6 \\ x_1 & + & 2x_2 & & & + & 2x_4 & + & x_5 & \leq & 8 \\ & & & & & & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 & \geq & 0 \end{array}$$

Aufgabe 2 (Degenerierte Ecke)

4 Punkte

Gegeben sei ein LP mit den folgenden Neben- und Vorzeichenbedingungen:

$$\begin{array}{rclcl} 4x_1 & + & x_2 & \leq & 20 \\ & & 4x_2 & \leq & 10 \\ 2x_1 & + & 3x_2 & \leq & 12 \\ 10x_1 & + & 5x_2 & \leq & 52 \\ & & x_1, x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

Zeigen Sie, dass dieses LP eine entartete Ecke hat. Ermitteln Sie diese Ecke und geben Sie zwei unterschiedliche Basen an, die zu der gleichen Ecke führen.

Aufgabe 3 (Unbeschränktes LP)

4 Punkte

Gegeben sei das LP:

$$\max x_1 + x_2$$

unter den Neben- und Vorzeichenbedingungen

$$\begin{array}{rclcl} -5x_1 & + & x_2 & \leq & 7 \\ -2x_1 & + & x_2 & \leq & 10 \\ \frac{1}{4}x_1 & - & x_2 & \leq & 1 \\ & & x_1, x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

Zeigen Sie, dass die Zielfunktion auf der Menge der zulässigen Lösungen nicht beschränkt ist. Geben Sie hierzu einen Strahl an, der im zulässigen Bereich liegt und auf dem die Zielfunktion beliebig groß wird.