



Lineare Optimierung

Aufgabenblatt 11

Abgabe zu **zweit** vor der Vorlesung am 10. Januar 2024.

Sollpunktzahl: 10 Punkte

Aufgabe 1 (Transportproblem)

2+2+2+2+2=10 Punkte

Gegeben sei das folgende Transportproblem:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	7	2	5	6	8	60
A_2	2	9	9	1	4	30
A_3	6	5	4	3	2	70
	40	30	20	10	60	

- (a) Berechnen Sie eine erste zulässige Basislösung mit Hilfe der Nordwesteckenregel.
- (b) Berechnen Sie eine erste zulässige Basislösung mit Hilfe der Minimale-Kosten-Regel.
- (c) Bestimmen Sie für alle Nichtbasisvariablen der Basislösung von (a) deren Schattenpreise.
- (d) Führen Sie für die Nichtbasisvariable mit kleinstem Schattenpreis in (c) einen Basisaustausch durch. Geben Sie die neue zulässige Basislösung und deren Zielfunktionswert an.
- (e) Bestimmen Sie eine optimale Lösung mit dem GLPK oder Gurobi.

Aufgabe 2 (Stepping-Stone-Methode)

4+2=6 Punkte

- (a) Lösen Sie das folgende Transportproblem mittels der Stepping-Stone-Methode (Netzwerksimplexalgorithmus):

	B_1	B_2	B_3	
A_1	7	2	5	60
A_2	2	9	6	30
	20	30	40	

- (b) Überprüfen Sie Ihre Lösung aus (a), indem Sie das Problem mit dem GLPK oder Gurobi lösen.

Aufgabe 3 (Approximationsgüte)

4 Punkte

Für eine Instanz I des Transportproblems mit einer Kostenmatrix $\in \mathbb{R}^{m \times n}$ sei $W_{opt}(I)$ der optimale Zielfunktionswert und $W_{mkr}(I)$ der Zielfunktionswert, der durch die Minimale-Kosten-Regel entsteht.

Zeigen Sie, dass die Approximationsgüte

$$r(I) = \frac{W_{mkr}(I)}{W_{opt}(I)}$$

der Minimale-Kosten-Regel beliebig groß (und damit beliebig schlecht) sein kann.