



Lineare Optimierung

Aufgabenblatt 10

Abgabe zu **zweit** vor der Vorlesung am 20. Dezember 2023.

Sollpunktzahl: 12 Punkte

Aufgabe 1 (Farkas-Lemma)

7 Punkte

Zeigen Sie, dass die Aussagen (i) und (iii) von Satz 5.20 äquivalent sind.

Hinweis: Um beispielsweise “5.20 (i) \Rightarrow 5.20 (iii)” zu zeigen, überführen Sie zunächst die erste Aussage von 5.20 (iii), also $\mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$, in die Form von 5.20 (i). Dann wenden Sie hierauf 5.20 (i) an. Anschließend müssen Sie die sich daraus ergebende Aussage in die zweite Aussage von 5.20 (iii), also $\mathbf{y} \geq \mathbf{0}, \mathbf{A}^T \mathbf{y} = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{b}^T \mathbf{y} \geq 0$, überführen. Hinweise zu den notwendigen Umformungen finden Sie auf Folie 289.

Aufgabe 2 (Dualität, Komplementärer Schlupf)

4+2+2+4=12 Punkte

- (a) Zeigen Sie für die symmetrische Form der Dualität, dass das LP, welches dual zum dualen LP ist, wieder das primale LP ist.
- (b) Gegeben ist das folgende LP:

Minimiere

$$2x_1 + x_2$$

unter den Neben- und Vorzeichenbedingungen

$$\begin{array}{rcl} 3x_1 + x_2 & \geq & 5 \\ x_1 + x_2 & \geq & 3 \\ -x_1 + x_2 & \geq & -1 \\ x_1, x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

Geben Sie für dieses LP das duale LP auf.

- (c) Lösen Sie das duale LP mit dem passenden Simplexalgorithmus.
- (d) Bestimmen Sie aus dem Endtableau von (c) den optimalen Zielfunktionswert und die optimale Lösung des primalen LP. Hinweis: Folie 309/310