



---

## Kombinatorische Optimierung

### Aufgabenblatt 8

Abgabe zu **zweit** am 12. Juni 2024 vor der Vorlesung.

Sollpunktzahl: 13 Punkte

---

#### Aufgabe 1 (Branch-and-Bound für ILP)

5 Punkte

Lösen Sie das folgende ganzzahlige lineare Programm mittels GLPK und Branch-and-Bound.

- Nutzen Sie dabei ausschließlich den LP-Solver des GLPK, also nicht die Möglichkeit, Variablen auf  $\mathbb{Z}$  beschränken zu können.
- Verwenden Sie als Selektionsstrategie "Maximum Upper Bound".
- Zeichnen Sie den Suchbaum und geben Sie für jedes Blatt an, welcher Fall von Definition 4.7 (Auslotung eines Problems) vorliegt.

$$\max 8x_1 + 5x_2$$

unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &\leq 6 \\9x_1 + 5x_2 &\leq 45 \\x_1, x_2 &\geq 0 \\x_1, x_2 &\in \mathbb{Z}\end{aligned}$$

Bemerkung: siehe Beispiel 4.5.

#### Aufgabe 2 (Rucksackproblem)

3+5=8 Punkte

Gegeben sei das folgende Rucksackproblem:

$$\begin{aligned}n &= 7 \\(p_j) &= (40, 80, 10, 10, 4, 20, 60), \\(w_j) &= (40, 50, 30, 10, 10, 40, 30), \\C &= 100\end{aligned}$$

- Bringen Sie das Rucksackproblem in eine Form, die die Voraussetzungen von Folie 228 erfüllt.
- Lösen Sie das Rucksackproblem mit dem Algorithmus von Horowitz und Sahni. Zeichnen Sie auch den Suchbaum (vgl. Folie 237).

### Aufgabe 3 (Variablenreduktion)

1+2+2+2=7 Punkte

Gegeben sei das folgende Rucksackproblem:

$$\begin{aligned}n &= 8 \\(p_j) &= (15, 100, 90, 60, 40, 15, 10, 1), \\(w_j) &= (2, 20, 20, 30, 40, 30, 60, 10), \\C &= 102\end{aligned}$$

- (a) Berechnen Sie eine zulässige Lösung mit Hilfe des Greedy-Algorithmus (Algorithmus 4.11).
- (b) Zeigen Sie, dass für jede optimale Lösung  $x_7 = 0$  gilt.
- (c) Zeigen Sie, dass für jede optimale Lösung  $x_2 = 1$  gilt.
- (d) Formulieren Sie ein äquivalentes Rucksackproblem, das nur noch sechs Variablen enthält.