



# Analysis

## Übungsblatt 9

### SS 2020

#### Aufgabe 1 ( $\varepsilon$ - $\delta$ -Kriterium)

Zeigen Sie mithilfe des  $\varepsilon$ - $\delta$ -Kriteriums, daß die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = x^3$  auf ganz  $\mathbb{R}$  stetig ist!

#### Aufgabe 2 (Zwischenwertsatz)

Geben Sie ein Intervall an, in dem die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = \sinh(x) - e^{-x}$  eine Nullstelle hat, und zeigen Sie, daß diese Nullstelle eindeutig ist!

#### Aufgabe 3 (Gleichmäßige Konvergenz)

Wir betrachten die Folge der Funktionen  $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , die gegeben ist durch

$$f_n(x) := \left(x + \frac{1}{n}\right)^2.$$

- Gegen welche Funktion  $f$  konvergiert die Funktionenfolge  $(f_n)$  punktweise (mit Beweis)?
- Zeigen Sie, dass  $(f_n)$  nicht gleichmäßig gegen  $f$  konvergiert.

#### Aufgabe 4\* ( $\varepsilon$ - $\delta$ -Kriterium)

Zeigen Sie mithilfe des  $\varepsilon$ - $\delta$ -Kriteriums, daß die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = x^2 + 4$  auf ganz  $\mathbb{R}$  stetig ist!

#### Aufgabe 5\* (Zwischenwertsatz)

Geben Sie ein Intervall an, in dem die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = xe^x + x - 2$  eine Nullstelle hat, und zeigen Sie, daß diese Nullstelle eindeutig ist!