



Analysis

Übungsblatt 9

SS 2020

Aufgabe 1 (ε - δ -Kriterium)

Zeigen Sie mithilfe des ε - δ -Kriteriums, daß die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^3$ auf ganz \mathbb{R} stetig ist!

Aufgabe 2 (Zwischenwertsatz)

Geben Sie ein Intervall an, in dem die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = \sinh(x) - e^{-x}$ eine Nullstelle hat, und zeigen Sie, daß diese Nullstelle eindeutig ist!

Aufgabe 3 (Gleichmäßige Konvergenz)

Wir betrachten die Folge der Funktionen $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, die gegeben ist durch

$$f_n(x) := \left(x + \frac{1}{n}\right)^2.$$

- Gegen welche Funktion f konvergiert die Funktionenfolge (f_n) punktweise (mit Beweis)?
- Zeigen Sie, dass (f_n) nicht gleichmäßig gegen f konvergiert.

Aufgabe 4* (ε - δ -Kriterium)

Zeigen Sie mithilfe des ε - δ -Kriteriums, daß die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^2 + 4$ auf ganz \mathbb{R} stetig ist!

Aufgabe 5* (Zwischenwertsatz)

Geben Sie ein Intervall an, in dem die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = xe^x + x - 2$ eine Nullstelle hat, und zeigen Sie, daß diese Nullstelle eindeutig ist!