



Analysis

Übungsblatt 3

SS 2020

Aufgabe 1 (Komplexe Zahlen)

- (i) Bestimmen Sie die arithmetische Darstellung von $z_1 \cdot \bar{z}_2$ für $z_1 = 4 + 3i$, $z_2 = -2 + i \in \mathbb{C}$.
- (ii) Bestimmen Sie die Polarkoordinatendarstellung der komplexen Zahl

$$\frac{1-i}{1+i}$$

Aufgabe 2 (Komplexe Potenzen)

Berechnen Sie

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^{18}$$

Aufgabe 3 (Lösung algebraischer Gleichungen)

Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$z^7 - i - 1 = 0$$

Aufgabe 4 (Konvergenz von Folgen)

Die Folge $a_n := \frac{n(n+3)-4}{n^2-1}$ konvergiert gegen den Grenzwert $a := 1$. Bestimmen Sie für ein beliebiges $\varepsilon > 0$ ein $n_0 \in \mathbb{N}$ so, daß

$$\forall n \geq n_0 \quad |a_n - a| \leq \varepsilon$$

Aufgabe 5* (Komplexe Zahlen)

a) Bestimmen Sie die arithmetische Darstellung der folgenden komplexen Zahl:

$$z = \frac{(1 + 2i)^2 - (1 - i)^3}{(3 + 2i)^3 - (2 + i)^2}$$

b) Bestimmen Sie die Polarkoordinatendarstellung von

$$z := \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$$

Aufgabe 6* (Lösung algebraischer Gleichungen)

Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$z^3 = 8$$

Aufgabe 7* (Konvergenz von Folgen)

Die Folge $a_n := \frac{3n-2}{n+2}$ konvergiert gegen den Grenzwert $a := 3$. Bestimmen Sie für ein beliebiges $\varepsilon > 0$ ein $n_0 \in \mathbb{N}$ so, daß

$$\forall_{n \geq n_0} |a_n - a| \leq \varepsilon$$