



Analysis

Übungsblatt 2

SS 2020

Aufgabe 1 (Ungleichungen)

Für welche $x \in \mathbb{R}$ sind die folgenden Ungleichungen erfüllt? Verwenden Sie die bereits in der Vorlesung und in den Übungen bewiesenen Anordnungsregeln!

(i)

$$|2x + 4| < 2, |5x - 1| \geq 5$$

Hinweis: Zeigen Sie zunächst, daß für alle $a \in \mathbb{R}$ und $c \in \mathbb{R}_{>0}$ gilt:

$$|a| < c \Leftrightarrow -c < a < c$$

und

$$|a| > c \Leftrightarrow a > c \vee a < -c$$

(ii)

$$x - |2x - 12| \geq 0$$

Aufgabe 2 (Wurzeln)

Zeigen Sie, daß $\sqrt{12}$ nicht rational ist.

Aufgabe 3 (Supremum/Infimum/Minimum/Maximum)

Bestimmen Sie, falls existent, Supremum, Maximum, Infimum und Minimum der folgenden Mengen:

(i) $A := \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 5\}$

(ii) $B := \{\frac{1}{n} + \frac{1}{m} \mid n, m \in \mathbb{N}\}$

(iii) $C := \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 3x - 4 < 0\}$

(iv) $D := \{n((-1)^n - 1) - \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$

Aufgabe 4* (Ungleichungen)

Für welche $x \in \mathbb{R}$ sind die folgenden Ungleichungen erfüllt?

(i) $|7x - 4| < 2$

(ii) $|5x + 3| \geq -1$

(iii) $2 + |x + 3| < 3$

(iv) $||x - 5| - 3| \leq 4$

Aufgabe 5* (Supremum/Infimum/Minimum/Maximum)

Bestimmen Sie, falls existent, Supremum, Maximum, Infimum und Minimum der folgenden Mengen:

(i) $A := \{x \in \mathbb{R} \mid -5 + 2x \leq 5\}$

(ii) $B := \{x^2 + 4x + 2 \mid x \in \mathbb{R}\}$

(iii) $C := \left\{ \frac{x-y}{x+y} \mid x > 0 \wedge y > 0 \right\}$

(iv) $D := \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{N}, m \leq n \right\}$