



Analysis

Übungsblatt 10

SS 2020

Aufgabe 1 (Anwendung der Exponentialfunktion)

Wachstums- und Zerfallsprozesse können allgemein durch eine zeitabhängige Funktion

$$f(t) = f(0) \cdot a^t$$

dargestellt werden ($t \geq 0$). Falls $a > 1$, so handelt es sich um einen Wachstums- und falls $a < 1$ um einen Zerfallsprozeß.

Bei einem schlecht gezapften Glas Kölsch beträgt die Schaumhöhe anfangs 5 cm. Um das Kölsch einigermaßen genießen zu können, wartet man eine gewisse Zeit. Nach 3 Minuten ist die Schaumhöhe auf die Hälfte zurückgegangen. Stellen Sie eine Gleichung auf, welche den Schaumzerfall beschreibt. Wie hoch stand der Schaum zu Anfang, wenn nach 3 Minuten die Schaumhöhe 3 cm beträgt? Nach wie vielen Minuten ist der Schaum auf 1 cm gesunken?

Aufgabe 2 (Logarithmus)

Lösen Sie die folgenden Potenzen- bzw. Logarithmengleichungssysteme in \mathbb{R} :

a) $x - y = 1, 2^x \cdot 3^y = 432$

b) $\lg(x) + \lg(y) = 1, \lg(x) - \lg(y) = \lg\left(\frac{5}{2}\right)$

Aufgabe 3 (Differenzenquotient)

Untersuchen Sie die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) := |x^2 - 1|$ mithilfe des Differenzenquotienten auf Differenzierbarkeit!

Aufgabe 4 (Ableitungen)

Bestimmen Sie jeweils die 1. Ableitung:

(i) $f(x) = \frac{7}{3}x^5 - 8x + 3\sqrt{x}$

(ii) $f(x) = 7x^4 - \frac{1}{2}x^2 + \pi + 5\sqrt[7]{x^5}$

(iii) $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{4\sqrt[5]{x^4}}$

(iv) $f(x) = 7x^3 \cdot x^x$

(v) $f(x) = 9x^2 \cdot \cos(x) + \cosh(x)$

(vi) $f(x) = \log(x^2) \cdot e^x$

(vii) $f(x) = \frac{1}{1+2\sqrt{x}}$

(viii) $f(x) = \frac{1+x^2}{\sin(x)}$

(ix) $f(x) = \sqrt[8]{(7x^2 - 9x)^3}$

Aufgabe 5* (Logarithmus)

Lösen Sie die folgenden Logarithmengleichungen in \mathbb{R} :

a) $2 \ln(3x - 3) = 1$

b) $\log_3(x - 1) = 2$

c) $\lg(x^2 + 1) = 1$

Aufgabe 6* (Differenzenquotient)

Untersuchen Sie die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) := x|x|$ mithilfe des Differenzenquotienten auf Differenzierbarkeit!

Aufgabe 7* (Ableitungen)

Bestimmen Sie jeweils die 1. Ableitung:

(i) $f(x) = 5x^3 + 7x^2 - 4x + 9$

(ii) $f(x) = 4x^4 - \sqrt{4x}$

(iii) $f(x) = \frac{1}{2x^2} + \frac{2}{x^3} - \frac{3}{x^4}$

(iv) $f(x) = 2^x \cdot x^2 + 3x^5 + x^x$

(v) $f(x) = 2x \log(x) + \log(x^3) + \sinh(x)$

(vi) $f(x) = (e^{-x} + 4^x)^2$

(vii) $f(x) = \frac{3x^2+4}{2x}$

$$\text{(viii)} \quad f(x) = \frac{7x^2+3x+1}{x^2+x}$$

$$\text{(ix)} \quad f(x) = \left(3x^4 - \frac{2}{x} + 7\right)^4$$