



Analysis

Übungsblatt 3

Sommersemester 2024

Aufgabe 1 (Polarkoordinaten)

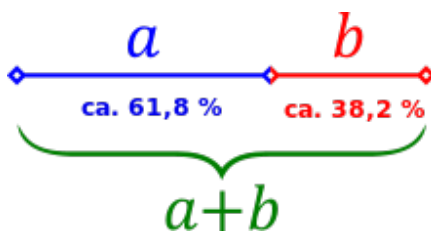
- (i) Bestimmen Sie die Polarkoordinatendarstellung von $3i$.
- (ii) Berechnen Sie $(3i)^5$ sowohl mithilfe der arithmetischen als auch mit der Polarkoordinatendarstellung!
- (iii) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil von i^i .
- (iv) Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen der Gleichung $z^4 + 16 = 0$.

Aufgabe 2 (Konvergenz von Folgen)

Die Folge $a_n := \frac{1+\sqrt{n}}{n^3}$ konvergiert gegen den Grenzwert $a := 0$. Bestimmen Sie für ein beliebiges $\varepsilon > 0$ ein $n_0 \in \mathbb{N}$ so, daß

$$\forall_{n \geq n_0} |a_n - a| \leq \varepsilon$$

Aufgabe 3 (Fibonacci-Zahlen und der Goldene Schnitt)



Das Teilungsverhältnis einer Strecke, wobei das Verhältnis der Gesamtstrecke zur größeren Teilstrecke gleich dem Verhältnis der größeren zur kleineren Teilstrecke ist, heißt *Goldener Schnitt*. In Formeln (siehe Abbildung):

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

(i) Bestimmen Sie dieses Teilungsverhältnis, also eine Zahl $\varphi \in \mathbb{R}_+$ so, daß

$$\varphi = \frac{a}{b}$$

(ii) Zeigen Sie durch vollständige Induktion:

$$\forall_{n \geq 2} \varphi^n = \varphi^{n-1} + \varphi^{n-2}$$

(iii) Betrachten Sie die Folge der Fibonacci-Zahlen $(F_n)_{n \in \mathbb{N}}$. Bestimmen Sie $\frac{F_{n+1}}{F_n}$ für $n = 1, \dots, 8$. Gegen welchen Grenzwert konvergiert die Folge zweier aufeinanderfolgender Fibonacci-Zahlen $\left(\frac{F_{n+1}}{F_n}\right)_{n \in \mathbb{N}}$?

Beweisen Sie Ihre Antwort!

Hinweis: Sie können voraussetzen, daß die Folge konvergiert!