



# Analysis

## Übungsblatt 14

### Sommersemester 2026

#### Aufgabe 1 (Extrema und Sattelpunkte im $\mathbb{R}^N$ )

Bestimmen Sie alle Extrema und Sattelpunkte der Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , gegeben durch

$$f(x, y) := x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - 2x^3 - 2xy^2 + x^2 + y^2$$

#### Aufgabe 2 (Gradient, Richtungsableitungen, lokale Extrema und Sattelpunkte im $\mathbb{R}^N$ )

Klausuraufgabe WS 2025/26: Betrachten Sie die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) := 4x^4 + y^4 - 2x^2 - 2y^2$$

- Bestimmen Sie  $\nabla f(x, y)$ .
- Bestimmen Sie die Richtungsableitung von  $f$  im Punkt  $(1, 2)$  in Richtung des Vektors  $v = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ .
- Bestimmen Sie alle stationären Punkte von  $f$ .
- Zeigen Sie, daß bei  $(0, 0)$  ein lokales Maximum und bei  $(\frac{1}{2}, 0)$  ein Sattelpunkt vorliegt!

#### Aufgabe 3\* (Lokale Extrema und Sattelpunkte im $\mathbb{R}^N$ )

Untersuchen Sie die Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , gegeben durch

$$f(x, y) := -x^2y + 6xy - xy^2$$

auf lokale Extrema und Sattelpunkte!