Hochschule
Bonn-Rhein-Sieg
University of Applied Sciences

Mathematische Grundlagen
Prof. Dr. Peter Becker
Fachbereich Informatik

Wintersemester 2016/17
28. Oktober 2016

Aufgabenblatt 5

Hinweise:

- Abgabe der handschriftlichen Lösungen bis spätestens **Donnerstag, 3. November 2016, 10:30 Uhr** (vor der Vorlesung), in **Postfach 110** gegenüber dem Fachbereichssekretariat.
- Geben Sie deutlich lesbar Ihre **Matrikelnummer** an (Namen sind optional).
- Heften Sie Ihre Blätter zusammen.

Aufgabe 1 (Logisch äquivalente Umformungen)

Beweisen Sie alleine unter Anwendung bekannter logischer Äquivalenzen,

(a) dass die Formel
$$\neg(p \to q) \land \neg(q \to r)$$
unerfüllbar ist (verwenden Sie also keine Wahrheitstafel). Geben Sie dabei für jede logisch äquivalente Umformung an, welche Regel Sie nutzen. (3 Punkte)

(b) dass
$$(\neg p \lor q \lor r) \land (\neg p \lor q \lor \neg r) \land (\neg p \lor \neg q \lor r) \land (\neg p \lor \neg q \lor \neg r) \equiv \neg p$$
gilt. (2 Punkte)

Aufgabe 2 (Logische Basis)

Wir definieren die beiden zweistelligen aussagenlogischen Verknüpfungen $\spadesuit$ und $\clubsuit$ durch
$$\alpha \clubsuit \beta \equiv \alpha \lor \neg\beta \quad \text{und} \quad \alpha \spadesuit \beta \equiv \alpha \land \neg\beta.$$
Zeigen Sie, dass die Menge $\{\spadesuit, \clubsuit\}$ eine aussagenlogische Basis bildet. Stellen Sie hierzu die Operatoren $\neg$, $\land$ und $\lor$ der boolschen Basis ausschließlich durch die beiden Verknüpfungen $\spadesuit$ und $\clubsuit$ dar, und beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Darstellung durch äquivalente Umformungen. (6 Punkte)

Aufgabe 3 (Konjunktive Normalform)

Transformieren Sie mit dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren (Beweisskizze zu Satz 2.36) die folgenden Formeln in KNF!

(a) $(q \to r) \lor (s \land \neg p)$

(b) $((p \land q) \lor r) \to (s \lor \neg t)$ (4 Punkte)