



## Aufgabenblatt 3

### Hinweise:

- Abgabe der handschriftlichen Lösungen bis spätestens **Donnerstag, 20. Oktober 2016, 10:30 Uhr** (vor der Vorlesung), in **Postfach 110** gegenüber dem Fachbereichssekretariat.
- Geben Sie deutlich lesbar Ihre **Matrikelnummer** an (Namen sind optional).
- Heften Sie Ihre Blätter zusammen.

### Aufgabe 1 (Tautologie, Erfüllbarkeit und Modell)

(a) Sind die folgenden Formeln Tautologien? Beweisen Sie Ihre Antworten.

(i)  $((x \rightarrow y) \wedge (\neg y \rightarrow \neg x)) \leftrightarrow (x \leftrightarrow y)$

(ii)  $(x \leftrightarrow y) \leftrightarrow ((\neg x \rightarrow \neg y) \wedge (y \vee \neg x))$  (2 Punkte)

(b) Welche der folgenden Formelmengen sind erfüllbar? Geben Sie im Falle der Erfüllbarkeit mindestens ein Modell an.

(i)  $\mathcal{F}_1 = \{p \vee q \vee r, r \rightarrow (p \vee q), p \leftrightarrow \neg q\}$

(ii)  $\mathcal{F}_2 = \{p \vee r, \neg p \vee s, \neg r \wedge \neg s\}$

(iii)  $\mathcal{F}_3 = \{q \rightarrow p, r \rightarrow q, p \rightarrow r, p \wedge \neg q\}$

(iv)  $\mathcal{F}_4 = \{r \rightarrow p, p \rightarrow q, q \rightarrow r, \neg p\}$  (4 Punkte)

### Aufgabe 2 (Logische Folgerung)

Zeigen Sie, dass für  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathcal{A}$  gilt:

(a)  $\{\alpha, \alpha \rightarrow \beta\} \models \beta$  (Modus Ponens)

(b)  $\{\alpha \rightarrow \beta, \neg \beta\} \models \neg \alpha$  (Modus Tollens)

(c)  $\{\alpha \rightarrow \beta, \beta \rightarrow \gamma\} \models \alpha \rightarrow \gamma$  (Kettenschluss)

(d)  $\{\alpha \rightarrow \beta, \neg \alpha \rightarrow \gamma\} \models \beta \vee \gamma$  (Resolutionsregel)

(e)  $\{\neg \alpha \vee \beta, \neg \beta \vee \gamma\} \not\models \gamma$  (8 Punkte)

### Aufgabe 3 (Beweis oder Gegenbeispiel)

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

- (a) Wenn  $\alpha$  und  $\beta$  Tautologien sind, dann ist auch  $\alpha \leftrightarrow \beta$  eine Tautologie.
- (b) Wenn  $\alpha$  widerspruchsvoll ist, dann ist  $(x \vee y) \rightarrow \alpha$  unerfüllbar.
- (c) Wenn  $\alpha$  keine Tautologie ist, dann ist  $\neg\alpha$  eine Tautologie.
- (d) Wenn  $\mathcal{F} \models \alpha$  gilt, dann kann es eine Belegung  $\mathcal{I}$  geben, die zwar nicht  $\mathcal{F}$  erfüllt, aber  $\alpha$ .

(6 Punkte)