Hochschule
Bonn-Rhein-Sieg
University of Applied Sciences

Aufgabenblatt 2

Hinweise:

- Abgabe der handschriftlichen Lösungen bis spätestens **Donnerstag, 13. Oktober 2016, 10:30 Uhr** (vor der Vorlesung), in **Postfach 110** gegenüber dem Fachbereichssekretariat.
- Geben Sie **deutlich lesbar** Ihre **Matrikelnummer** an (Namen sind optional).
- Heften Sie Ihre Blätter zusammen.

Aufgabe 1 (Syntax der Aussagenlogik)

(a) Zeigen Sie schrittweise (z. B. wie in Beispiel 2.1 (ii)), dass

$$(((x \wedge \neg y) \vee (\underline{0} \vee \neg z)) \wedge \neg x)$$

eine aussagenlogische Formel ist. (2 Punkte)

(b) Zeigen Sie, dass

$$(\underline{1}\,\underline{1} \vee x)$$

keine aussagenlogische Formel ist. (2 Punkte)

Aufgabe 2 (Rekursiv definierte Mengen)

(a) Die Menge M bestehe genau aus den Zahlen, die durch die folgenden Regeln erzeugt werden können:

(i) $3 \in M$

(ii) Gilt $x \in M$ und $4x + 2 \leq 100$, dann ist auch $4x + 2 \in M$.

(iii) Gilt $x \in M$ und $3x + 1 \leq 100$, dann ist auch $3x + 1 \in M$.

Geben Sie die Menge M in aufzählender Form an. Machen Sie auch Ihre Herleitung deutlich. (3 Punkte)

(b) Die formale Sprache $\mathcal{S}$ sei (als Menge) über dem Alphabet $\{\bigcirc, \Box\}$ wie folgt definiert:

(i) $\bigcirc\bigcirc \in \mathcal{S}$ und $\Box \in \mathcal{S}$

(ii) Gilt $\alpha \in \mathcal{S}$, dann gilt auch $\bigcirc\alpha\bigcirc \in \mathcal{S}$, $\bigcirc\bigcirc\alpha \in \mathcal{S}$ und $\Box\alpha \in \mathcal{S}$.

Zeigen Sie:

- $\bigcirc\bigcirc\Box\bigcirc\Box\Box\Box\bigcirc \in \mathcal{S}$
- $\bigcirc\bigcirc\bigcirc \notin \mathcal{S}$ (4 Punkte)

Aufgabe 3 (Interpretation)

Es sei $\alpha = ((p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q))$.

(a) Berechnen Sie schrittweise (wie in Beispiel 2.4) $\mathcal{I}^*(\alpha)$ für

- $\mathcal{I}(p) = \mathcal{I}(q) = 1$,
- $\mathcal{I}(p) = \mathcal{I}(q) = 0$. (4 Punkte)

(b) Gibt es eine Belegung $\mathcal{I} \in \mathcal{I}_\alpha$ mit $\mathcal{I}^*(\alpha) = 1$? (2 Punkte)