Hochschule
Bonn-Rhein-Sieg
University of Applied Sciences

Mathematische Grundlagen
Prof. Dr. Peter Becker
Fachbereich Informatik
Wintersemester 2016/17
15. Dezember 2016

Aufgabenblatt 11

Hinweise:

- Abgabe der handschriftlichen Lösungen bis spätestens **Donnerstag, 22. Dezember 2016, 10:30 Uhr** (vor der Vorlesung) in **Postfach 110** gegenüber dem Fachbereichssekretariat.
- Geben Sie deutlich lesbar Ihre **Matrikelnummer** an (Namen sind optional).
- Heften Sie Ihre Blätter zusammen!

Aufgabe 1 (Eigenschaften von Relationen)

Untersuchen Sie, ob die folgenden Relationen reflexiv, symmetrisch bzw. transitiv sind. Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

(a) $R \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ mit $xRy :\Leftrightarrow |x - y| \leq 2$

(b) $R \subseteq \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ mit $xRy :\Leftrightarrow (x = y = 0) \vee (xy > 0)$

(c) $R \subseteq \mathcal{P}(\mathbb{N}) \times \mathcal{P}(\mathbb{N})$ mit $X\,R\,Y :\Leftrightarrow \exists x \in \mathbb{N} : x \in X \wedge x \in Y$ (je 2 Punkte)

Aufgabe 2 (Partielle Ordnung und Äquivalenzrelation)

(a) Es sei $R \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ mit

$$xRy \quad :\Leftrightarrow \quad \exists k \in \mathbb{N}_0 : y = 2^k x$$

Zeigen Sie, dass R eine partielle Ordnung ist. (3 Punkte)

(b) Ist die Relation R aus (a) eine totale Ordnung? Begründen Sie Ihre Antwort. (1 Punkt)

(c) Es sei $\mathbb{Z}^2 = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ und $R \subseteq \mathbb{Z}^2 \times \mathbb{Z}^2$ mit

$$(a,b)R(c,d) \quad :\Leftrightarrow \quad \exists \lambda \in \mathbb{Z}\, \exists \mu \in \mathbb{Z} : \lambda \neq 0 \wedge \mu \neq 0 \wedge (\mu a = \lambda c) \wedge (\mu b = \lambda d)$$

Zeigen Sie, dass R eine Äquivalenzrelation ist. (4 Punkte)

Aufgabe 3 (Verknüpfung partieller Ordnungen)

Seien $R \subseteq A \times A$ und $S \subseteq A \times A$ partielle Ordnungen über A.

(a) Zeigen Sie: $R \cap S$ ist ebenfalls eine partielle Ordnung. (3 Punkte)

(b) Ist auch $R \cup S$ eine partielle Ordnung? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 Punkte)