

Statistik und Graphentheorie

Wintersemester 2018/19

26. März 2019

Teil Graphentheorie

Name:

Matrikelnummer:

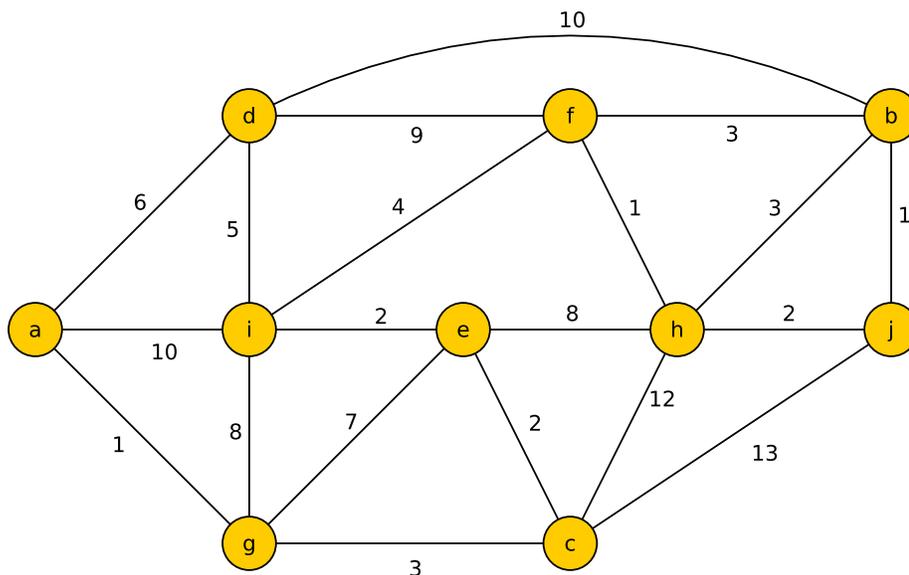
1 (12)	2 (12)	3 (12)	4 (12)	5 (12)	Σ (60)

Name:

Matrikel:

Aufgabe 1 (12 Punkte)

Gegeben sei das folgende Netzwerk:



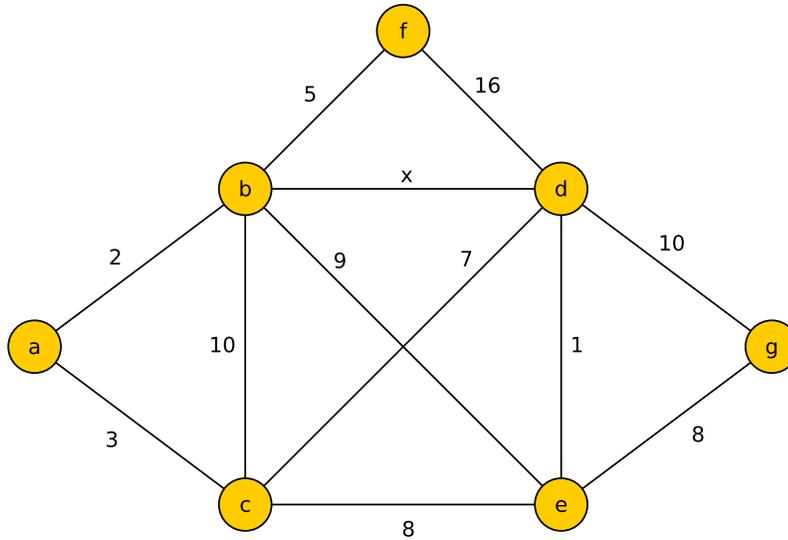
- (a) Berechnen Sie schrittweise die Abstände von a zu allen anderen Knoten.
- (b) Geben Sie einen kürzesten Weg von a nach j an.

Name:

Matrikel:

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Sieben Orte sollen durch ein Pipelinesystem miteinander verbunden werden. Der folgende Graph gibt die möglichen Verbindungen zwischen den Orten mit den zugehörigen Kosten an. Beachten Sie, dass die Kosten für eine Verbindung zwischen b und d den Wert x haben.



- Bestimmen Sie ein alle Orte verbindendes Pipelinesystem mit minimalen Gesamtkosten für $x = 6$.
- Für welche Werte von $x \geq 6, x \in \mathbb{N}$ ist das Pipelinesystem eindeutig bestimmt, für welche nicht? Begründen Sie Ihre Antwort.

Name:

Matrikel:

Aufgabe 3 (12 Punkte)

- (a) Geben Sie die Definition des Begriffs *Baum* an.
- (b) Welche der folgenden Aussagen treffen auf einen Baum $G = (V, E)$ zu, welche nicht (ohne Begründung)?
- Zwischen je zwei Knoten von G gibt es einen Weg.
 - Es gibt immer einen Knoten $v \in V$, der kein Blatt ist.
 - $|V| = |E| - 1$
- (c) Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:
- (i) $G = (V, E)$ ist ein Baum.
 - (ii) G ist kreisfrei, aber für je zwei nicht adjazente Knoten v und w von G enthält $G' = (V, E \cup \{\{v, w\}\})$ genau einen Kreis.

Name:

Matrikel:

Aufgabe 4 (12 Punkte)

Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem:

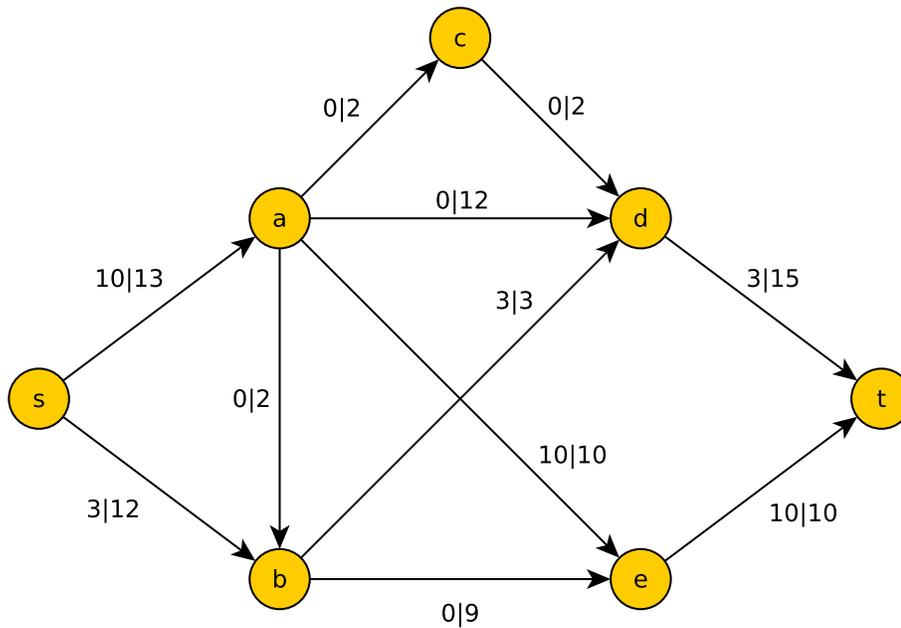
$$a_n = 6a_{n-1} + 7a_{n-2} \text{ mit } a_1 = 1 \text{ und } a_2 = 1.$$

Name:

Matrikel:

Aufgabe 5 (12 Punkte)

Gegeben ist das folgende Flussnetzwerk mit Kapazitäten und einem Fluss f .



- Geben Sie den aktuellen Flusswert $\Phi(f)$ an.
- Berechnen Sie einen Maximalfluss. Geben Sie dabei für jeden Schritt einen zunehmenden Weg und den Flusswert $\Phi(f)$ an.
- Begründen Sie, dass der in (b) berechnete Fluss ein Maximalfluss ist.