Statistik und Graphentheorie

Sommersemester 2014
21. September 2015

Teil Graphentheorie

Name:

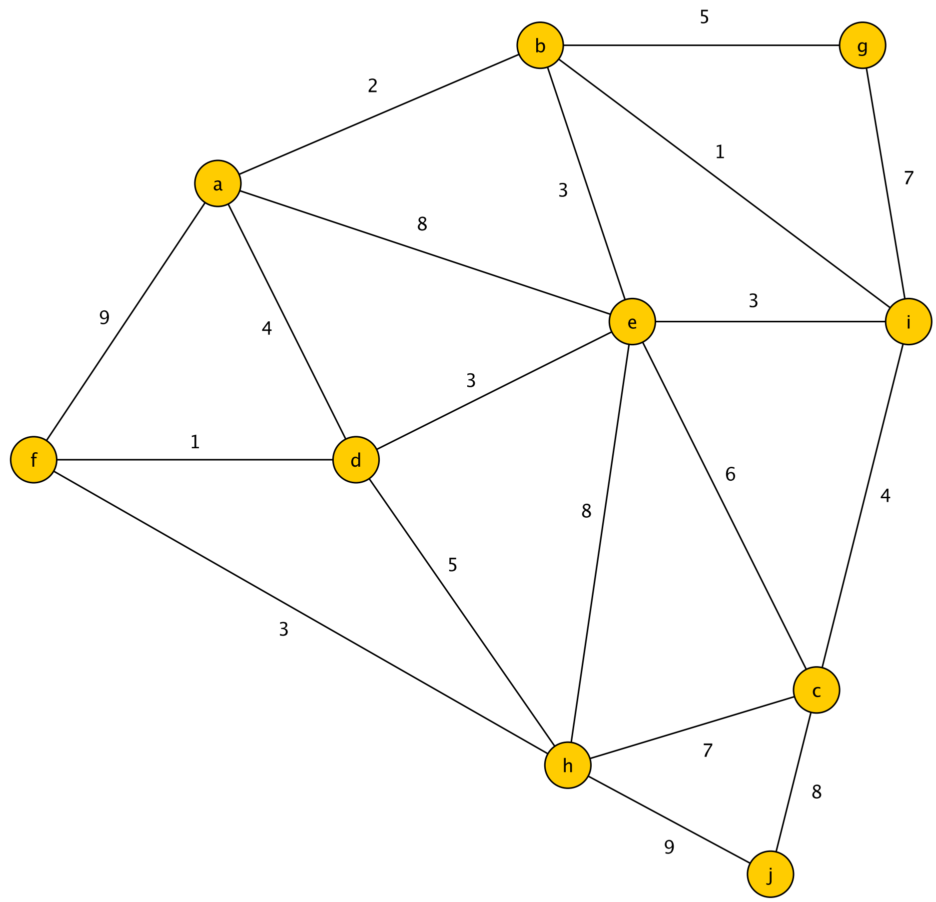
Matrikelnummer:

1 (12)	2 (12)	3 (12)	4 (12)	5 (12)	$\sum$ (60)

Name: **Matrikel:**

Aufgabe 1 (12 Punkte)

Gegeben sei das folgende Netzwerk:



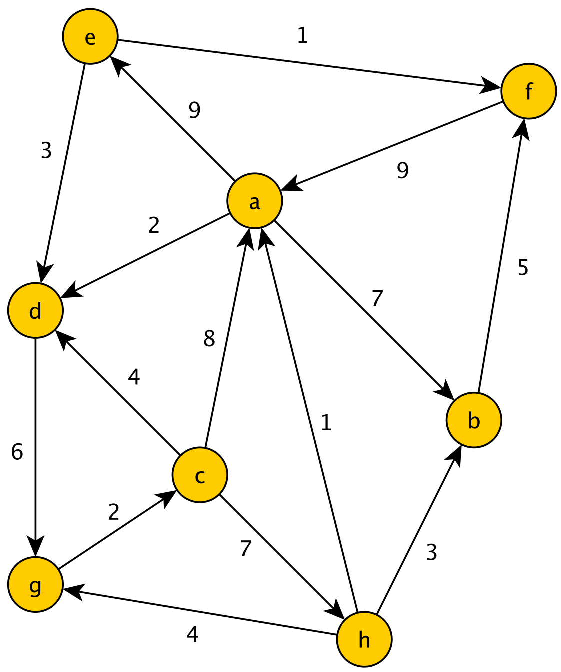
(a) Berechnen Sie ein Minimalgerüst für diesen Graphen. Geben Sie an, welches Verfahren Sie zur Berechnung verwenden und geben Sie die Kanten des Minimalgerüstes in der Reihenfolge ihrer Selektion an.

(b) Ist das von Ihnen bestimme Minimalgerüst eindeutig? Begründen Sie Ihre Antwort.

Name: **Matrikel:**

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Gegeben sei das folgende Netzwerk:



(a) Ermitteln Sie einen kürzesten Weg von a nach h an. Machen Sie Ihre Herleitung deutlich.

(b) Es seien $G_1 = (V, E, c_1)$ und $G_2 = (V, E, c_2)$ zwei Netzwerke mit identischer Knoten- und Kantenmenge und für die Kantengewichtsfunktionen gelte $c_2(e) = 2c_1(e)$ für alle $e \in E$.

Sei nun W ein kürzester Weg in G_1 zwischen den Knoten $a \in V$ und $b \in V$. Ist W dann auch ein kürzester Weg in G_2 zwischen a und b? Begründen Sie Ihre Antwort.

(c) Es gelte nun $c_2(e) = c_1(e) + K$ für alle $e \in E$ und $K > 0$. Ist W dann auch ein kürzester Weg in G_2 zwischen a und b? Begründen Sie Ihre Antwort.

Name: **Matrikel:**

Aufgabe 3 (12 Punkte)

Der Gittergraph $Q_{n,m} = (V_{n,m}, E_{n,m})$ ist für $n, m \geq 2$ definiert durch:

$$\begin{aligned} V_{n,m} &= \{1, \ldots, n\} \times \{1, \ldots, m\} \\ E_{n,m} &= \{\{(i,j),(i',j')\} \mid |i - i'| + |j - j'| = 1\} \end{aligned}$$

(a) Geben Sie für den $Q_{2,m}$ einen hamiltonschen Kreis an.

(b) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion: Für alle $n \in \mathbb{N}$ ist der $Q_{2n,m}$ hamiltonsch.

Name: **Matrikel:**

Aufgabe 4 (12 Punkte)

Gegeben Sie das Anfangswertproblem

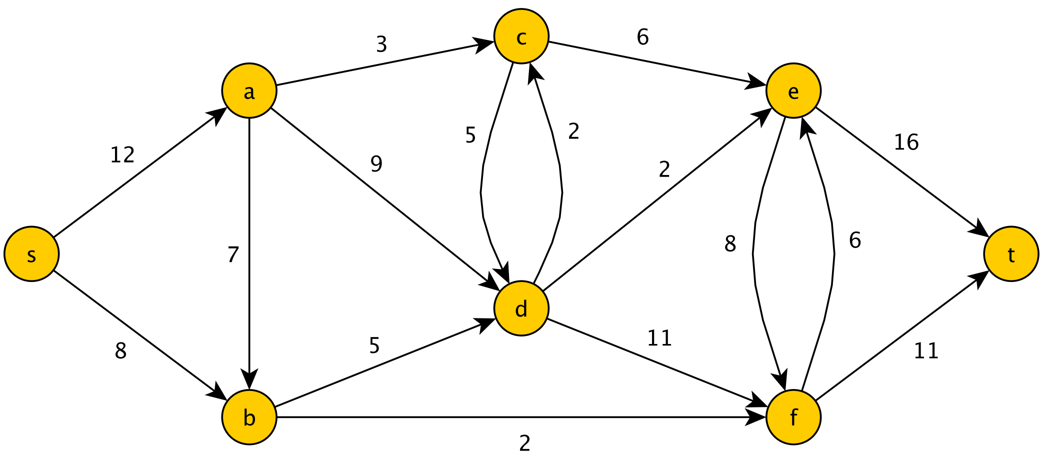
$$a_n = a_{n-1} + 6a_{n-2} \text{ mit } a_0 = 1 \text{ und } a_1 = 2.$$

Bestimmen Sie a_{2015}.

Name: **Matrikel:**

Aufgabe 5 (12 Punkte)

Berechnen Sie für das folgende Flussnetzwerk einen Maximalfluss f. Die angegebenen Zahlen geben die Kapazität der jeweiligen Kante an.



Geben Sie für jeden Schritt einen zunehmenden Weg und den Flusswert $\Phi(f)$ an. Begründen Sie den Maximalfluss.