

Graphentheorie

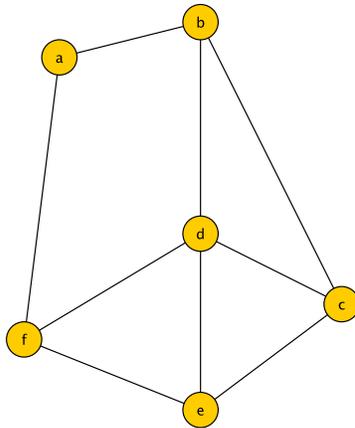
Aufgabenblatt 3

Besprechung am 28. Oktober 2019 in den Übungen

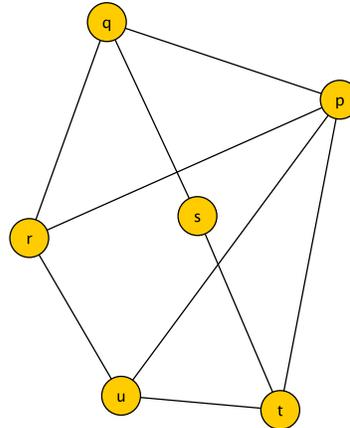
Aufgabe 1 (Isomorphie)

(a) Welche Graphen sind isomorph?

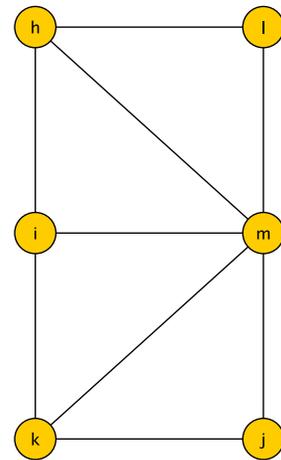
G_1



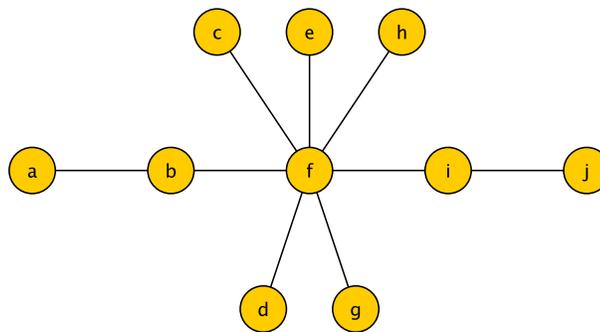
G_2



G_3

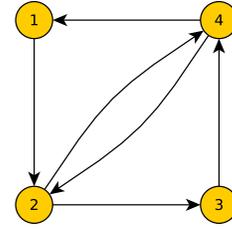
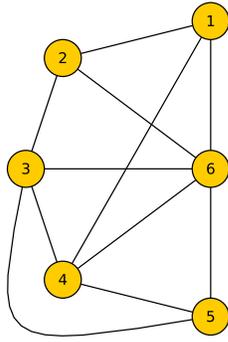


(b) Wie viele Automorphismen gibt es für den folgenden Graphen?



Aufgabe 2 (Adjazenzmatrix)

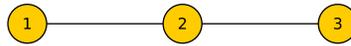
(a) Geben Sie für die folgenden Graphen jeweils deren Adjazenzmatrix an.



- (b) Ermitteln Sie für den rechten Graphen aus (a) die Anzahl der Kantenzüge der Länge 7 zwischen den Knoten 2 und 4.

Aufgabe 3 (Potenzen der Adjazenzmatrix und Anzahl Kantenzüge)

- (a) Geben Sie die Adjazenzmatrix \mathbf{A} für den folgenden Graphen an:



- (b) Beweisen Sie:

$$\mathbf{A}^n = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} f_{n-2} & f_{n-1} & f_{n-2} \\ f_{n-1} & f_n & f_{n-1} \\ f_{n-2} & f_{n-1} & f_{n-2} \end{pmatrix}$$

mit

$$f_n = (1 + (-1)^n)2^{\frac{n}{2}}.$$

- (c) Leiten Sie aus (b) eine Formel für die Anzahl der Kantenzüge mit einer Länge $\leq p$ zwischen den Knoten 1 und 2 her.