



Graphentheorie

Aufgabenblatt 2

Besprechung am 21. Oktober 2019 in den Übungen

Aufgabe 1 (Cliques)

Es sei $G = (V, E)$ ein Graph. Zeigen Sie: Für die Cliquenzahl $\omega(G)$ gilt

$$\omega(G) \leq \left\lceil \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 2|E|} \right\rceil.$$

Aufgabe 2 (Zusammenhang, Komplementgraph)

Es sei $G = (V, E)$ ein Graph. Zeigen Sie:

$$G \text{ ist nicht zusammenhängend} \implies \overline{G} \text{ ist zusammenhängend.}$$

Aufgabe 3 (Bäume)

Zeigen Sie, dass für einen Graphen $G = (V, E)$ die folgenden Aussagen äquivalent sind:

- (1) G ist ein Baum.
- (2) Je zwei Knoten von G sind durch genau einen Weg verbindbar.
- (3) G ist zusammenhängend, aber für jede Kante $e \in E$ ist $G' = (V, E \setminus \{e\})$ nicht zusammenhängend.

Hinweis: Verwenden Sie einen Ringschluss.

Aufgabe 4 (Bäume)

Zeigen Sie:

- (a) Ein Baum mit n Knoten hat genau $n - 1$ Kanten.
- (b) Jeder Baum mit mindestens zwei Knoten hat mindestens zwei Blätter.

Hinweis: Vollständige Induktion über die Anzahl der Knoten.