



---

## Mathematisch-algorithmische Grundlagen für Data Science

### Aufgabenblatt 2

Abgabe zu **zweit** vor der Vorlesung am 23. April 2024.

Sollpunktzahl: 12 Punkte

---

#### Aufgabe 1 (Determinante einer Dreiecksmatrix)

3 Punkte

Es sei  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  eine obere (untere) Dreiecksmatrix. Geben Sie eine möglichst einfache Formel zur Berechnung von  $\det(\mathbf{A})$  an und begründen Sie Ihre Formel.

#### Aufgabe 2 (LR-Zerlegung)

2+3+5+2=12 Punkte

(a) Zeigen Sie, dass durch

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 8 & 1 & 0 \\ 3 & -9 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{R} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -4 & -10 \\ 0 & 0 & 0 & -12 \end{pmatrix}$$

eine LR-Zerlegung der Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 5 \\ -2 & -2 & -2 & -4 \\ 4 & -6 & 10 & 8 \\ 6 & 12 & 8 & 14 \end{pmatrix}$$

gegeben ist.

(b) Es sei  $\mathbf{A}$  die Matrix aus (a). Lösen Sie das lineare Gleichungssystem

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 14 \\ -34 \end{pmatrix}$$

mithilfe von Vorwärts- und Rückwärtssubstitution.

(c) Ermitteln Sie eine LR-Zerlegung der Matrix

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -5 \\ -2 & 0 & -2 & 3 \\ 4 & 4 & 1 & 15 \\ -6 & 1 & 2 & -7 \end{pmatrix}.$$

(d) Geben Sie auf Basis der LR-Zerlegung  $\det(\mathbf{B})$  an.