



Analysis

Übungsblatt 2

Sommersemester 2025

Aufgabe 1 (Beträge)

a) Für welche $x \in \mathbb{R}$ sind die folgenden Ungleichungen erfüllt?

- (i) $|5x + 3| < 1$
- (ii) $|5x + 3| \geq 1$
- (iii) $|7x + \pi| \geq -\frac{1}{2}$
- (iv) $|2x + 4| < |x|$ (Fallunterscheidung!)

b) Zeigen Sie für $x, y \in \mathbb{R}$:

- (i) $\max(\{x, y\}) = \frac{x + y + |y - x|}{2}$
- (ii) $\min(\{x, y\}) = \frac{x + y - |y - x|}{2}$
- (iii) $\min(\{x, y\}) = -\max(\{-x, -y\})$

Aufgabe 2 (Supremum/Infimum/Minimum/Maximum)

Bestimmen Sie, falls existent, Supremum, Maximum, Infimum und Minimum der folgenden Mengen:

- (i) $A := \{x \in \mathbb{R} \mid -7x - 4 \leq 5x + 2\}$
- (ii) $B := \{x^2 + 4x + 2 \mid x \in \mathbb{R}\}$
- (iii) $C := \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 4x + 2 \geq 0\}$
- (iv) $D := \left\{ \left(-\frac{2}{3}\right)^n + \frac{3}{m} \mid m, n \in \mathbb{N} \right\}$

Aufgabe 3 (Komplexe Zahlen)

Gegeben seien die komplexen Zahlen $z_1 = 2 - 5i$, $z_2 = 4 + 3i \in \mathbb{C}$. Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil von:

(i) $z_1 \pm z_2$

(ii) $z_1 \cdot \bar{z}_2$

(iii) $\frac{z_1}{z_2}$

(iv) $|z_1|, |z_2|$

(v) $\left(\frac{4i^{11}-i}{1+2i}\right)^2$

Aufgabe 4* (Rechnen mit Potenzen und Wurzeln)

Es seien $a, b \in \mathbb{R}_+$. Für welche $n \in \mathbb{Q}$ gilt

$$\frac{a^{n+1} + b^{n+1}}{a^n + b^n} = \sqrt{ab} ?$$