



Aufgabenblatt 8

Hinweise:

- Abgabe der handschriftlichen Lösungen bis spätestens **Donnerstag, 1. Dezember 2016, 10:30 Uhr** (vor der Vorlesung) in **Postfach 110** gegenüber dem Fachbereichssekretariat.
- Geben Sie deutlich lesbar Ihre **Matrikelnummer** an (Namen sind optional).
- Heften Sie Ihre Blätter zusammen!

Aufgabe 1 (Allgemeine Beweismethoden)

Zeigen Sie mit einem direkten Beweis:

- (a) $\forall x \in \mathbb{R} : x \geq 1 \Rightarrow 8x + 4 \geq 4x + 8$
(b) $\forall p \in \mathbb{N} \forall q \in \mathbb{N} : 2|p \wedge 3|q \Rightarrow 6|(3p^2 + 2q^2)$

Zeigen Sie mit einem indirekten Beweis:

- (c) $\forall n \in \mathbb{N} : 2|n^3 \Rightarrow 2|n$

Zeigen Sie mit einem Widerspruchsbeweis:

- (d) $\sqrt{7} \notin \mathbb{Q}$ (je 3 Punkte)

Aufgabe 2 (Vollständige Induktion)

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion:

- (a) $\forall n \in \mathbb{N} : \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$
(b) $\forall n \in \mathbb{N} : \sum_{k=1}^n (2k-1)^2 = \frac{(2n-1)2n(2n+1)}{6}$
(c) $\forall n \in \mathbb{N} : 24|(9^n + 15)$ (je 3 Punkte)