



## Aufgabenblatt 7

### Hinweise:

- Abgabe der handschriftlichen Lösungen bis spätestens **Donnerstag, 24. November 2016, 10:30 Uhr** (vor der Vorlesung) in **Postfach 110** gegenüber dem Fachbereichssekretariat.
- Geben Sie deutlich lesbar Ihre **Matrikelnummer** an (Namen sind optional).
- Heften Sie Ihre Blätter zusammen!

### Aufgabe 1 (Relationen und Funktionen)

Es sei  $M = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$  Wir definieren damit die folgenden Relationen:

$$R_1 = \{(x, y) \in M \times M \mid x^2 + y^2 \leq 2\}$$

$$R_2 = \{(x, y) \in M \times M \mid x + y = 1\}$$

$$R_3 = \{(x, y) \in M \times M \mid x + y = 0\}$$

(a) Geben Sie die Relation  $R_1 \subseteq M \times M$  in aufzählender Form an. (2 Punkt)

(b) Ist  $R_1$  bzw.  $R_2$  bzw.  $R_3$  rechtseindeutig? Ist  $R_1$  bzw.  $R_2$  bzw.  $R_3$  total? Begründen Sie Ihre Antworten.

(3 Punkte)

### Aufgabe 2 (Semantik der Prädikatenlogik)

Gegeben sei die prädikatenlogischen Belegung mit dem Universum

$$U = \{a, b, c, d, e\}$$

und

$$P = \{b, d, e\}$$

$$Q = \{a, c\}$$

$$R = \{a\}$$

für die einstelligen Prädikatensymbole  $P, Q, R$ .

Berechnen Sie, wie in Beispiel 3.23, ob die folgenden Formeln jeweils wahr oder falsch sind:

(a)  $(\forall x (P(x) \leftrightarrow \neg Q(x)))$

(b)  $(\exists y (R(y) \wedge \neg Q(y)))$

(je 3 Punkte)

### Aufgabe 3 (Prädikatenlogik als Sprache)

Gegeben seien drei Mengen  $P, Q, R$ . Die Zugehörigkeit eines Element  $x$  des Universums zu einer dieser Mengen wollen wir wie in Aufgabe 2 durch  $P(x)$  bzw.  $Q(x)$  bzw.  $R(x)$  ausdrücken. Formulieren Sie damit in strenger prädikatenlogischer Syntax die folgenden Sachverhalte.

- (a) Jedes Element, das in  $Q$  ist, ist nicht in  $P$ .
  - (b) Wenn ein Element weder in  $R$  noch in  $Q$  ist, dann ist es in  $P$ .
  - (c) Es gibt ein Element, das in keiner der drei Mengen enthalten ist.
  - (d) Wenn ein Element in  $R$  enthalten ist, dann ist es entweder nicht in  $Q$  oder nicht in  $P$  enthalten.
  - (e) Nur Elemente die in  $P$  sind, sind auch in  $Q$ .
  - (f) Wenn  $c$  nicht in  $P$  enthalten ist, dann ist  $Q$  die leere Menge.
  - (g) In keiner der drei Mengen tritt  $a$  gemeinsam mit  $e$  auf.
  - (h) Alle drei Mengen sind nicht leer.
  - (i)  $Q \neq R$ .
  - (j)  $Q \subset P$ .
- (5 Punkte)

**Hinweis:** Subjunktion und Bijunktion dürfen Sie benutzen.