Statistik und Graphentheorie

Sommersemester 2014

24. März 2015

Teil Graphentheorie

Name:

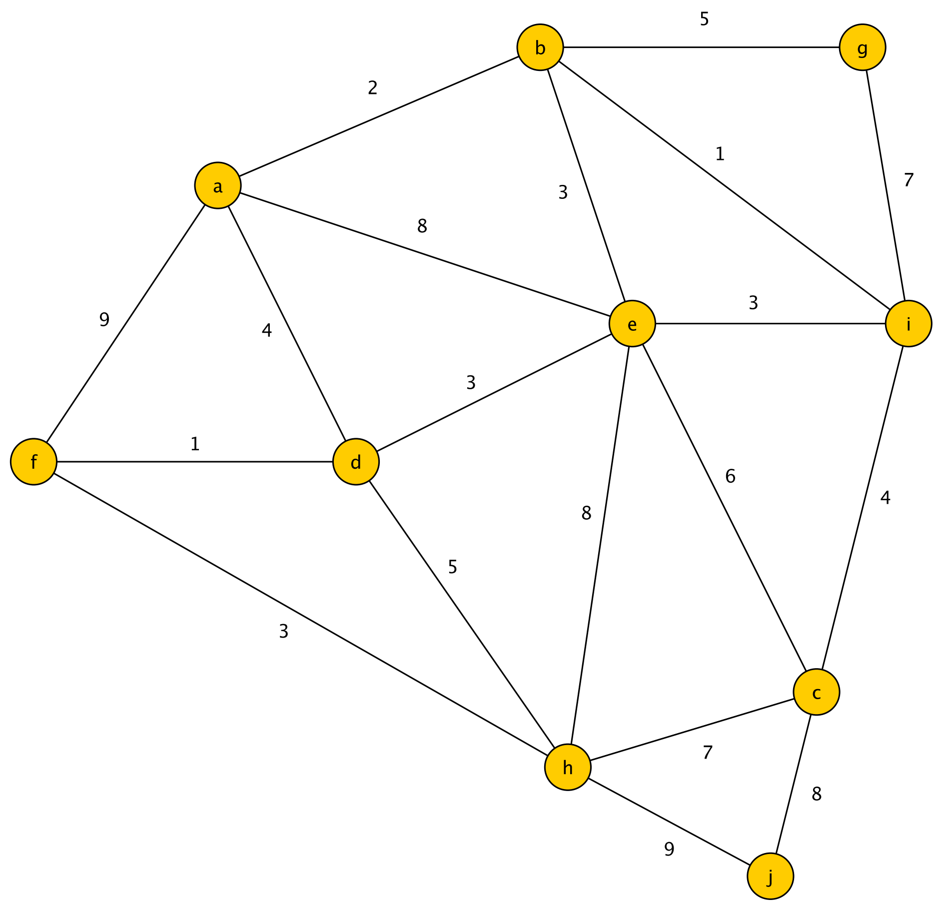
Matrikelnummer:

1 (12)	2 (12)	3 (12)	4 (12)	5 (12)	$\sum$ (60)

Name: **Matrikel:**

Aufgabe 1 (12 Punkte)

Gegeben sei das folgende Netzwerk:



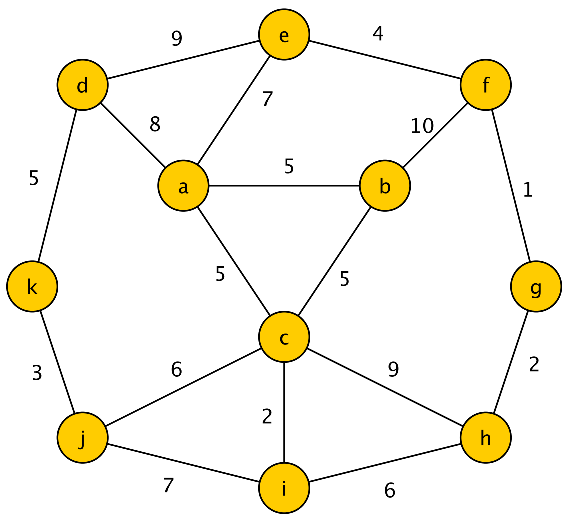
(a) Berechnen Sie schrittweise die Abstände von a zu allen anderen Knoten.

(b) Geben Sie einen kürzesten Weg von a nach j an.

Name: **Matrikel:**

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Der folgende Graph repräsentiert ein Straßennetz einer Stadt. Die Knoten stellen Plätze dar, die durch Straßen modelliert als Kanten verbunden sind. Die Zahlen an den Kanten geben dabei die jährlichen Kosten für die Straßenbelechtung an.



Da die Stadt sparen muss, sollen Teile der Straßenbeleuchtung abgeschaltet werden. Dabei sollen aber folgende Bedingungen berücksichtigt werden:

- Die drei Straßen zwischen den Plätzen a, b und c stellen den Kern der Stadt dar. Deshalb soll hier die Straßenbeleuchtung auf jeden Fall erhalten bleiben.
- Zwischen je zwei Plätzen muss es mindestens einen Weg geben, der vollständig beleuchtet ist.

Wie soll das Straßennetz beleuchtet werden, so dass die jährlichen Kosten minimal und obige Bedingungen erfüllt sind?

(a) Erläutern Sie kurz, wie Sie dieses Problem graphentheoretisch lösen können.

(b) Berechnen Sie eine Lösung.

Name: **Matrikel:**

Aufgabe 3 (12 Punkte)

(a) Geben Sie die Definition der beiden Begriffe “hamiltonscher Kreis” und “hamiltonscher Graph” an.

(b) Es sei $G = (V, E)$ ein zusammenhängender Graph. Ein Knoten $v \in V$ heißt *Artikulationspunkt*, wenn G ohne v und die mit v inzidenten Kanten nicht mehr zusammenhängend ist.

Kann ein hamiltonscher Graph einen Artikulationspunkt haben (nur “ja” oder “nein” als Antwort)?

(c) Beweisen Sie Ihre Antwort aus (b).

Name: **Matrikel:**

Aufgabe 4 (12 Punkte)

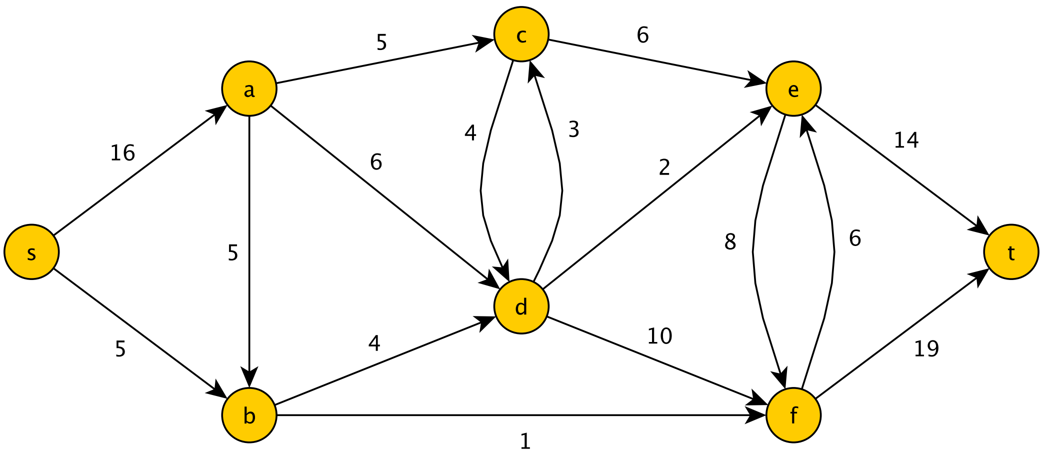
Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem:

$$a_n = 5a_{n-1} + 6a_{n-2} \text{ mit } a_0 = 1 \text{ und } a_1 = 2.$$

Name: **Matrikel:**

Aufgabe 5 (12 Punkte)

Berechnen Sie für das folgende Flussnetzwerk einen Maximalfluss f. Die angegebenen Zahlen geben die Kapazität der jeweiligen Kante an.



Geben Sie für jeden Schritt einen zunehmenden Weg und den Flusswert $\Phi(f)$ an. Begründen Sie den Maximalfluss.