

Graphentheorie

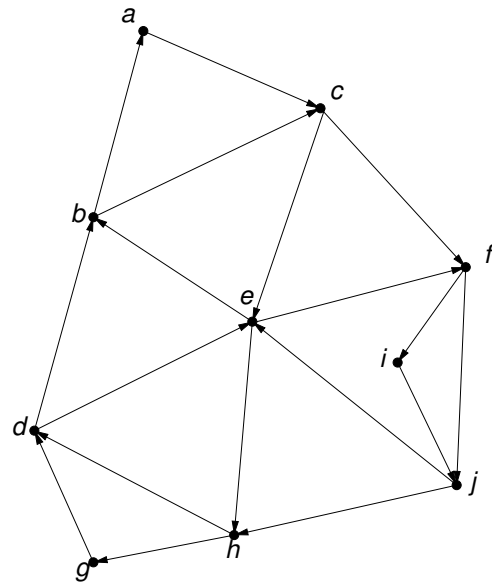
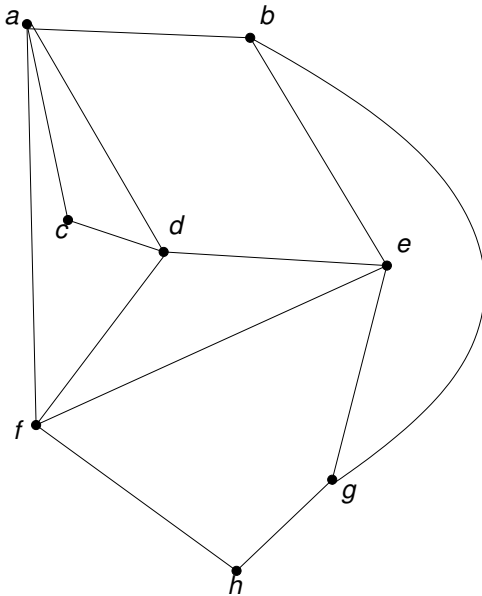
Aufgabenblatt 5

Besprechung am 2. Dezember 2019 in den Übungen

Aufgabe 1 (Eulersche Wege und Kreise)

Sind die beiden folgenden Graphen eulersch oder enthalten Sie zumindest einen Eulerschen Weg? Geben Sie einen solchen Kreis (falls eulersch) oder Weg an. Verdeutlichen Sie schrittweise die Konstruktion des Eulerschen Kreises bzw. Weges mit dem Algorithmus von Hierholzer.

Hinweis: Beachten Sie, dass der rechte Graph gerichtet ist. Wie würde Satz 4.3 für gerichtete Graphen lauten?



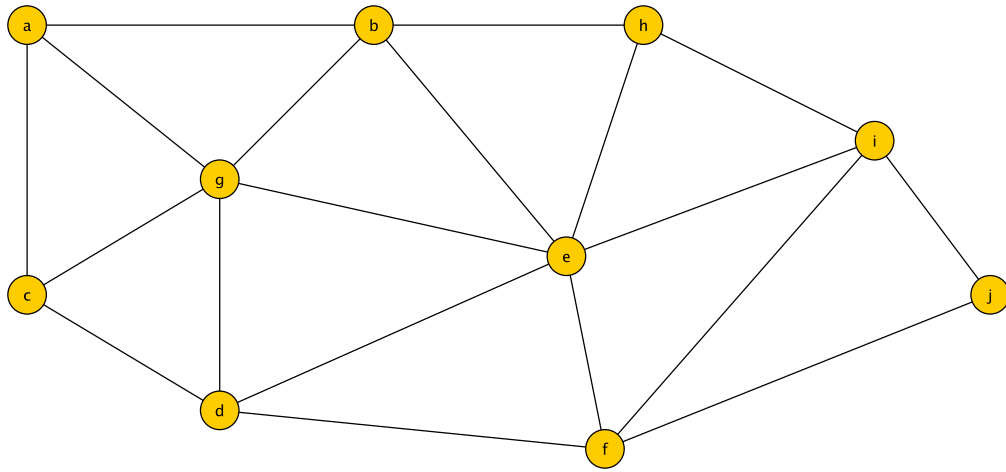
Aufgabe 2 (Zerlegung in kantendisjunkte Wege)

Gegeben sei ein zusammenhängender Graph $G = (V, E)$, der $2p$ Knoten mit ungeradem Grad aufweist ($p \geq 1$).

- (a) Zeigen Sie: Die Menge E der Kanten von G kann in p Wege zerlegt werden, wobei jede Kante aus E in genau einem dieser Wege vorkommt.

Hinweis: Konstruieren Sie aus G durch das Einfügen von zusätzlichen Kanten einen eulerschen Graphen G' .

- (b) Finden Sie für den folgende Graphen eine Zerlegung der Kantenmenge E in zwei kantendisjunkte Wege:



Aufgabe 3 (Hamiltonsche Graphen, Hypercube)

Es sei $H_n = (V_n, E_n)$ der n -dimensionale Hypercube (siehe Aufgabenblatt 1, Aufgabe 1).

- (a) Geben Sie jeweils einen Hamiltonkreis für den H_2 und den H_3 an.
- (b) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion: Für $n \geq 2$ ist der H_n hamiltonsch.
- (c) Implementieren Sie Ihren Beweis von (b): Schreiben Sie ein Java-Programm, das für die Eingabe $n \geq 2$ einen Hamiltonkreis des H_n ausgibt.