



# Analysis

## Übungsblatt 2

### Sommersemester 2024

#### Aufgabe 1 (Beträge)

a) Für welche  $x \in \mathbb{R}$  sind die folgenden Ungleichungen erfüllt?

(i)  $|7x - 4| < 2$

(ii)  $|7x - 4| \geq 2$

(iii)  $|5x + 3| \geq -1$

(iv)  $||x - 5| - 3| \leq 4$

b) Zeigen Sie für  $x, y \in \mathbb{R}$ :

(i)  $\max(\{x, y\}) = \frac{x + y + |y - x|}{2}$

(ii)  $\min(\{x, y\}) = \frac{x + y - |y - x|}{2}$

#### Aufgabe 2 (Rechnen mit Potenzen und Wurzeln)

Es seien  $a, b \in \mathbb{R}_+$ . Für welche  $n \in \mathbb{Q}$  gilt

$$\frac{a^{n+1} + b^{n+1}}{a^n + b^n} = \sqrt{ab} ?$$

### Aufgabe 3 (Supremum/Infimum/Minimum/Maximum)

a) Bestimmen Sie, falls existent, Supremum, Maximum, Infimum und Minimum der folgenden Mengen:

(i)  $A := \{x \in \mathbb{R} \mid -5 + 2x \leq 5\}$

(ii)  $B := \{x^2 + 4x + 2 \mid x \in \mathbb{R}\}$

(iii)  $C := \left\{ \frac{x-y}{x+y} \mid x > 0 \wedge y > 0 \right\}$

(iv)  $D := \left\{ \frac{1}{n} + (-1)^n \mid n \in \mathbb{N} \right\}$

b) Seien  $A, B \subseteq \mathbb{R}$ , wobei  $A$  nach oben und  $B$  nach unten beschränkt ist. Widerlegen Sie die folgende Aussage durch ein Gegenbeispiel:

$$(\forall a \in A \forall b \in B : a < b) \Leftrightarrow \sup(A) < \inf(B)$$

### Aufgabe 4 (Komplexe Zahlen)

Berechnen Sie für die folgenden komplexen Zahlen  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$  jeweils  $z_1 + z_2$ ,  $z_1 - z_2$ ,  $z_1 \cdot z_2$ ,  $\frac{z_1}{z_2}$ ,  $|z_1|$ ,  $|z_2|$  und  $z_1 \cdot \bar{z}_2$ .

(i)  $z_1 = 3 + 2i$ ,  $z_2 = 2$

(ii)  $z_1 = -1$ ,  $z_2 = 1 - 2i$

(iii)  $z_1 = 4 + 2i$ ,  $z_2 = -3 - 5i$

(iv)  $z_1 = -\sqrt{2} - 2i\sqrt{2}$ ,  $z_2 = -i\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$